

Memo SRT

Interval is invariant onder inertiaaltransformaties

$$ds^2 = (c dt)^2 - (d\mathbf{r})^2 = (dx^0)^2 - (dx^1)^2 - (dx^2)^2 - (dx^3)^2 = dx_i dx^i = \eta_{ik} dx^k dx^i = \eta^{ik} dx_i dx_k$$

Eigentijd en tijddilatatie

$$d\tau = dt \sqrt{1 - \frac{(dx^1)^2 + (dx^2)^2 + (dx^3)^2}{(c dt)^2}} = dt \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Lengte contractie

$$\delta L' = \delta L \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

Actiefunctie voor vrij deeltje

$$S = -mc \int_a^b ds$$

Minimum actie: $\delta S = -mc \delta \int_a^b ds = 0 \gg$ constante **4-snelheid** $u^i \equiv c \frac{dx^i}{ds} = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \frac{dx^i}{dt}$

Variatie eindpunt $\gg \delta S = -m u^i \delta x_i \gg$ **4-impuls**: $p^i = m u^i = -\frac{\delta S}{\delta x_i}$

Klassiek: $E = -\frac{\delta S}{\delta t}$ en $\mathbf{p} = \frac{\delta S}{\delta \mathbf{r}} \gg p^0 = \frac{mc}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{E}{c}$ en $p^\alpha = \frac{mv^\alpha}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$

Hiermee zijn $p^i = (\frac{E}{c}, \mathbf{p})$ en $p_i = (\frac{E}{c}, -\mathbf{p})$ (het ruimtelijke deel \mathbf{p} van de 4-impuls p^i is **niet** gelijk aan de niet-relativistische 3-impuls van het deeltje).

Kwadraat van de 4-impuls: $p_i p^i = m^2 c^2 \gg E^2 = \mathbf{p}^2 c^2 + m^2 c^4$

Rustenergie: $E = mc^2$

4-impuls en 4-snelheid

$$p^i = m u^i = c \frac{dx^i}{ds} = \left(\frac{mc}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \frac{m\mathbf{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \right)$$

Het ruimtelijke deel kan worden gezien als een 3-impuls van een massa m die zich met een

snelheid $\mathbf{u} = \frac{\mathbf{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$ beweegt.

In een met het deeltje meebewegende stelsel wordt gerelateerd naar de eigen tijd. Dan is $ds = c d\tau$ en

$$u^i = \frac{dx^i}{d\tau} = (c, \mathbf{u})$$

waarbij het ruimtelijke deel dan de **eigen snelheid** $\mathbf{u} \equiv \frac{\mathbf{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$ zou kunnen worden genoemd; \mathbf{u} kan dus veel groter dan de lichtsnelheid zijn. De 3-snelheid \mathbf{v} uitgedrukt in \mathbf{u} is:

$$\mathbf{v} = \frac{\mathbf{u}}{\sqrt{1 + u^2/c^2}} \text{ en dus nooit groter dan } c.$$